Αριθμοί Κινητής Υποδιαστολής (Floating-Point Numbers)

Απαντήσεις

1. Ο αριθμός 9 μπορεί να γραφτεί 1001 = 1.001 x 2^3. Προσθέτουμε το 127 στον εκθέτη για να δημιουργήσουμε ένα πολωμένο εκθέτη (biased exponent) και έχουμε: 127_{10} + 3_{10} = 130_{10}. Το 130_{10} = 10000010_2 .Άρα ο αριθμός 9 μπορεί να γραφτεί με το πρότυπο της κινητής υποδιαστολής IEEE στην παρακάτω μορφή.

   0 10000010 00100000000000000000000

   4 1 1 0 0 0 0 0

   Στο δεκαεξαδικό, αυτό είναι 41100000_{16}. Αντίστοιχα τα $5/32_{10}$ είναι $3E200000_{16}$, $-5/32_{10}$ είναι $BE200000_{16}$, και το 6.125_{10} είναι $40C40000_{16}$.

2. Μετατρέποντας τον αριθμό $42E48000_{16}$ σε δυαδικό έχουμε

   0 10000101 11001001000000000000000

   4 2 E 4 8 0 0 0

   Τώρα έχουμε εκθέτη 10000101_2 = 133_{10}. Αφαιρώντας το 127 από τον εκθέτη, έχουμε ένα μη πολωμένο εκθέτη (unbiased exponent) με τιμή 6, έτσι έχουμε 1,11001001 x 2^6, ο οποίος αριθμός είναι ο 114.25. Αντίστοιχα στα ερωτήματα β έως δ, τα αποτελέσματα είναι 1.0625, 2^{-126}, −122,880 αντίστοιχα.

3. Για μετατροπή στην μορφή κινητής υποδιαστολής, πρώτα μετατρέπουμε το 7/64 σε δυαδικό. Άρα $7/64_{10}$ = 0.109375_{10} = 0.000111_2 = 0.000111_2 x 2^0. Προσθέτοντας στον εκθέτη το 64, έχουμε 0_{10} + 64_{10} = 1000000_2 .Έτσι η αναπαράσταση είναι:

   0 1000000 000111000000000000000000

   Αφού η βάση του εκθέτη είναι 16, οι μετατοπίσεις του κλασματικού μέρους θα πρέπει να γίνονται κατά 4. Ο παραπάνω αριθμός είναι ήδη κανονικοποιημένος, και δεδομένου ότι η εκθετική βάση είναι το 16, στο δεκαεξαδικό είναι ο $401C0000_{16}$.

4. Για κανονικοποίηση, μετατοπίζουμε 1 bit την φορά, προσθέτοντας 1 στον εκθέτη σε κάθε βήμα, μέχρι το αριστερότερο σημείο του κλασματικού μέρους να είναι 1. Τα αποτελέσματα είναι:
   α) 0 1000011 1010100000001000
   β) 0 1000101 1111111111000000
   γ) 0 1000011 1000000000000000

   Η τελευταία περίπτωση (γ) είναι ήδη κανονικοποιημένη, οπότε παραμένει η ίδια.

---

5. Γράφοντας τους δύο αριθμούς σε δυαδικό έχουμε:
   0 01111101 11000000000000000000000 (= 7/16)
   0 01111011 00000000000000000000000 (= 1/16)
   Μετατρέποντας τους εκθέτες σε δεκαδικούς αριθμούς και αφαιρώντας το 127 παίρνουμε, -2 και -4 για τους εκθέτες (π.χ. Ο 01111101_2 = 125_{10} , 125_{10} - 127_{10} = -2_{10}, αντίστοιχα και για τον άλλο εκθέτη). Έτσι έχουμε ισοδύναμα τους αριθμούς:
   1.11 x 2^{-2}
   1.00 x 2^{-4}

Προσαρμόζοντας τους εκθέτες, έχουμε:
1.11×2^{-2}
0.01×2^{-2}
Δεδομένου ότι οι εκθέτες είναι τώρα οι ίδιοι, μπορούμε να προσθέσουμε τα δύο κλασματικά μέρη. Το αποτέλεσμα είναι 10.00×2^{-2} . Όταν το κανονικοποιούμε σε μορφή IEEE, αυτό γίνετε 1.00×2^{-1} (1/2)το οποίο σε δεκαεξαδικό είναι 3F000000H.

---

6. Οι μικρότεροι και οι μεγαλύτεροι αριθμοί είναι:

   <u>Μοντέλο 0.001</u>: `0 0000000 10000000`   `0 1111111 11111111`
   <u>Μοντέλο 0.002</u>: `0 00000 1000000000`   `0 11111 1111111111`

   Στο δεκαδικό, τα όρια του μοντέλου 0.001 είναι περίπου 2.7×10^{-20} και 9.2×10^{18}. Στο μοντέλο 0.002 τα όρια είναι περίπου 7.6×10^{-6} εως 3.3×10^{4}. Ο αριθμός δεκαδικών ψηφίων σε ένα n-bit κλασματικό μέρος μπορεί να βρεθεί λύνοντας την εξίσωση $2^n = 10^x$. Για το μοντέλο 0.001, το n = 8 και περίπου το x = 2.4. Για το μοντέλο 0.002, το n = 10 και περίπου το x = 3.0. Είναι δύσκολο να φανταστούμε μία εφαρμογή η οποία μπορεί να έχει ανώτατο όριο αριθμού κινητής υποδιαστολής τον 32768, και γι' αυτό το λόγο το μοντέλο 0.002 είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθεί. Επίσης και με μόνο 2.4 ψηφία, το μοντέλο 0.001 δεν είναι πιο κατάλληλο. Θα αγοράζαμε μία μηχανή με το λιγότερο 32 bits για αριθμούς κινητής υποδιαστολής.

---

7. Η αφαίρεση δύο σχεδόν ίσων αριθμών. Εξετάστε τους δεκαδικούς αριθμούς με 5 σημαντικά ψηφία. Εάν αφαιρέσουμε το 0.21345 από το 0.21347 παίρνουμε 0.00002. Ακόμη και αν αναπαριστούμε αυτό ως 0.2×10^{4}, έχουμε μόνο ένα σημαντικό ψηφίο του αποτελέσματος.

---

8. Μια προσέγγιση της τετραγωνικής ρίζας μπορεί να γίνει με τη διαίρεση του εκθέτη στο μισό.. Για παράδειγμα, στο δεκαδικό μία προσέγγιση της τετραγωνικής ρίζας του 4×10^{8} είναι το 4×10^{4}. Το ίδιο ισχύει και για τους δυαδικούς αριθμούς.
